Matemàtiques arreu i recursos

Racó històric

Antonio Hugo de Omerique, geòmetra modern d'arrels clàssiques

David Virgili Correas
Doctorand UPC

> Si el trabajo de Omerique hubiese caído en manos de una juventud estudiosa y con tiempo suficiente para cultivar las matemáticas, España blasonaría tal vez de una florida escuela de análisis geométrica. Pero ¿qué frutos podían producir semillas esparcidas en vísperas de una guerra encarnizada?
>
> [12, p.143]

Antonio Hugo de Omerique (Sanlúcar de Barrameda, 1634 - Cadis, 1705) és un geòmetra espanyol que destaca per les seves contribucions en la geometria analítica, que s'estava conformant al llarg del segle XVII al Vell Continent. Ha atret l'atenció dels historiadors especialment des del 1930, quan Pelseneer va descobrir d'entre les cartes d'Isaac Newton una amb destinatari desconegut, que analitzarem posteriorment, on elogiava l'obra i el mètode seguit per Omerique per restaurar l'anàlisi clàssica dels grecs. Endinsem-nos en el context matemàtic europeu de l'època i en la seva trajectòria per comprendre'n la rellevància.

Panorama europeu

Situem-nos al segle XVII, passada ja la fase primerenca de l'edat moderna caracteritzada per l'humanisme, l'emmirallament en el món clàssic i diverses innovacions tecnològiques que acabarien trastocant la concepció aristotèlica del moviment: la brúixola impulsaria decisivament la navegació i la cartografia; la pólvora, l'estudi de la balística (núm. 50, [10]). A aquesta primera etapa exultant la succeeix una etapa marcada de manera generalitzada a Europa per les conseqüències de la fam, la crisi econòmica que deixa la Guerra dels Trenta Anys (1618 - 1648), i la regressió política i social als models que els revolucionaris francesos del següent segle voldrien deixar enrere, titllant-los d'*Antic Règim*.

L'aritmètica havia tingut un gran desenvolupament entre les potències amb més puixança comercial ja des del s.XV, com la catalana [6, p.164], , però n'havia decaigut la consideració dins de les matemàtiques al llarg del s.XVI, relegant-la a "art menor" a causa del desenvolupament de l'àlgebra simbòlica. En aquest sentit, una transformació decisiva per a l'àlgebra és la publicació de François Viète a França d'*In artem analyticen isagoge* (1591, Introducció a l'art analític), on es proposa l'ús de lletres també per a paràmetres coneguts, es generalitza l'ús de variables per a *espècies* -quantitats o magnituds geomètriques-, i es defineix un mètode analític per modelitzar i resoldre problemes en matemàtiques (núm. 48, [9]). Les dues darreres característiques responen en part a l'impacte en la comunitat matemàtica que havia causat la publicació pòstuma el 1588 de Commandino, només tres anys abans, on es traduïa la *Col·lecció matemàtica* de problemes de Papos d'Alexandria del s.4 ec.

A través d'una construcció gradual i no lineal, molt més col·lectiva del que es dona a entendre habitualment, durant la primera meitat del segle XVII Viète, Ghetaldi, Cyriacus [1, p.31], Fermat, Descartes, entre d'altres, debaten sobre la millor manera de compaginar la resolució geomètrica i algebraica dels problemes grecs clàssics. Quin mètode (perdut?) devien haver seguit els grecs per resoldre aquells problemes?

Espais d'intercanvi

A les Espanyes la situació és extremadament complexa a l'entrada del segle XVII. Molt breument, se'n poden destacar les següents crisis [20, p.20]: demogràfica (agreujada per l'expulsió dels moriscos el 1609), política (desunió estructural entre territoris, Guerra dels vuitanta anys), econòmica (inflació desbocada provocada pel comerç amb les Índies, successives bancarrotes de la hisenda pública), i religiosa (sobrereacció catòlica a l'amenaça del protestantisme amb la Contrareforma del Concili de Trento).

La motivació científica principal del moment a la Península era assegurar i enfortir el comerç amb les colònies. A finals del s. 16 s'havia fundat l'Acadèmia de Matemàtiques de Madrid, destinada a fomentar l'ensenyament del càlcul mercantil, astronomia, navegació i resoldre problemes d'aplicació militar, entre d'altres, que requeria nous professors, i també s'havien creat les places de *Piloto mayor* i *Cosmógrafo real*, que requerien perfils que dominessin les matemàtiques i l'astronomia. Diverses d'aquestes places quedarien vacants a principis de segle, però posteriorment començarien a ser cobertes gradualment pels jesuïtes [14, p.84].

La Companyia de Jesús, directament implicada en la Contrareforma, passa a ser un actor clau en la transmissió del coneixement científic. Són motius del seu èxit la xarxa acadèmica establerta per tota Europa, que els permetia traslladar professors d'altres països en cas necessari, la preocupació fundacional per la formació, teològica i matemàtica, i els lligams estrets amb el poder econòmic i polític [4, p.116].

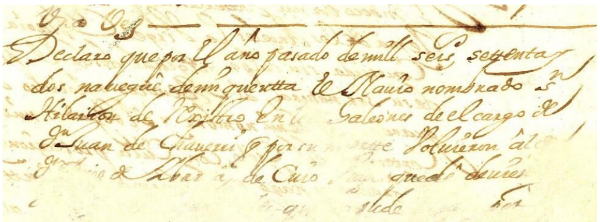
En el cas de Cadis, on viuria Antonio Hugo de Omerique tota la seva vida, el Col·legi de la Companyia s'hi havia instal·lat ja el 1580, i la càtedra de Matemàtiques l'havia inaugurat l'austríac Jakub Kresa, que havia estat professor del Col·legi Imperial de Madrid. El succeeixen José de Cañas, l'italià Eusebio Francisco Kino i el britànic Carolus Powell [3, p.6], tots ells contemporanis d'Omerique.

Dades biogràfiques

La major part de fonts antigues sobre Omerique ressalten l'escassetat de dades disponibles sobre la seva vida. No ha estat fins a la digitalització [2] i estudi recent del seu testament i el de la seva mare [3] que se n'han pogut saber més detalls, incloent el lloc i la data de la seva mort.

Antonio Hugo de Omerique (Sanlúcar de Barrameda, 1634 - Cadis, 1705) neix en una família de comerciants. El seu pare és Hugo Antonio, capità, i la seva mare María Antonia David (o Abidi), filla de Francisco Abidi, natural de Gouda. El padrí del seu bateig és Antonio Vicente, mercader flamenc.

Es casa dues vegades, primer amb Ana Caro, amb qui té un fill, Diego Hugo, que ja és mort en el testament de la mare de 1683, i en segones núpcies amb Magdalena de Lasarraga y Eguizavar, alabesa establerta a Cadis, amb qui té tres fills: Máximo Antonio, Xavier Esteban i Ignacio Próspero. La seva formació, com era habitual en el cas de les famílies de comerciants, és al Col·legi de la Compañía de Cádiz, on aprendria acuradament matemàtiques i llatí.

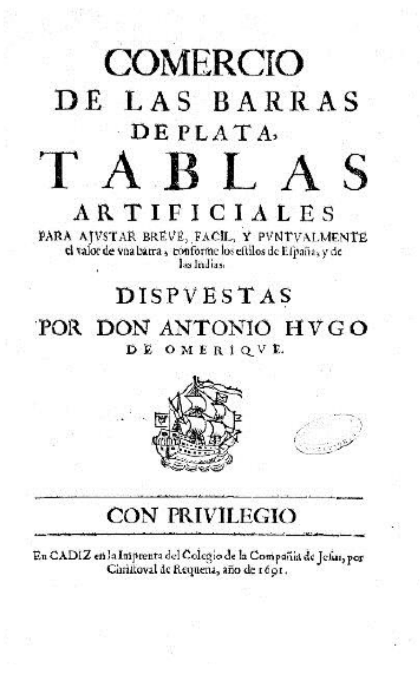


L'incident amb el "San Hilarión", citat en el testament parcialment malmès d'Omerique.

Treballava com a comptable de Cuentas y Particiones de la Real Hacienda a Cadis, administrava diversos patronats, i va tenir negocis comercials pel seu compte amb les Índies, fet que l'acabaria portant a la ruïna. Segons explica a la clàusula quarta del seu testament, el 1672 van capturar el vaixell "San Hilarión", que navegava per compte seu, i li va quedar un deute que no va poder assumir. Se'n va anar a Madrid esperant que se li satisfés el valor de la càrrega, però després d'un any va perdre'n l'esperança i va tornar per no perdre més temps ni diners.

No queda clar si en algun moment va poder rescabalar-se econòmicament des de l'incident, però el cert és que en el seu testament del 26 de febrer de 1705, un dia abans de morir, explicitaria els múltiples deutes que deixà en vida amb un flequer, un barber, un mercader, un sabater, i explicaria que els seus béns estaven embargats, tot demanant als seus creditors que li perdonessin el deute, "per l'amor de Déu".

El 1691 publica a la impremta del Col·legi un tractat de 55 pàgines relacionat amb la seva feina, el *Comercio de las barras de plata. Tablas artificales para ajustar breve, fácil, y puntualmente el valor de una barra, conforme los estilos de España, y de las Indias*, amb l'aprovació del matemàtic Gabriel de Párraga i la censura de Jakub Kresa, catedràtic del Col·legi on havia estudiat. Aquest tractat es creia perdut, però Barroso n'ha trobat un exemplar, l'únic que aparentment queda, a la Biblioteca Menéndez Pelayo de Santander [3, p.14].


COMERCIO
DE LAS BARRAS
DE PLATA,
TABLAS
ARTIFICIALES
PARA AJVSTAR BREVE, FACIL, Y PVNTVALMENTE el valor de vna barra, conforme los estilos de España, y de las Indias.
DISPVESTAS
POR DON ANTONIO HVGO
DE OMERIQVE.
CON PRIVILEGIO
En CADIZ en la Imprenta del Colegio de la Compañia de Jesus, por Christoval de Requena, año de 1691.

Portada del tractat d'Omerique amb taules logarítmiques, per simplificar el comerç amb les Índies.

L'objectiu del tractat és unificar els diferents sistemes de càlcul dels comerciants, com l'estil del Perú o el de Nova Espanya, i Omerique ho fa amb un taula logarítmica que serveix per simplificar les operacions comercials. Els logaritmes eren coneguts i ensenyats a la Península a mitjan segle XVII, com prova el curs d'aritmètica del jesuïta d'origen escocès Hugh Sempill, però no es difondrien fins a la dècada de 1670 per les obres del cistercenc Juan Caramuel i el també jesuïta Josep Saragossà [14, p.86].

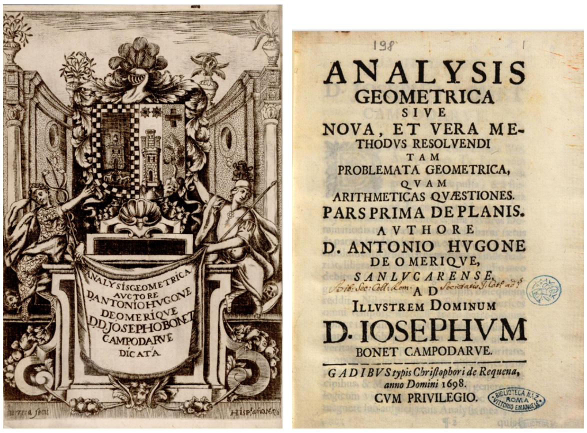
El matemàtic valencià Josep Saragossà és una influència directa d'Omerique a la Península: l'*Arithmetica universal que conprehende el Arte Menor y Maior, Álgebra Vulgar i Especiosa* (València, 1669) és una exposició entusiasta i molt didàctica sobre les possibilitats que obre l'àlgebra especiosa i el mètode analític de Viète, amb propostes de millora raonades sobre simbologia algebraica, i la seva *Geometria magna in minimis* (Toledo, 1674), en llatí i d'estil propositiu més semblant al que seguiria Omerique, és un estudi geomètric del *centre mínim* de les figures, que permet resoldre problemes clàssics d'Apol·loni.

És possible que entre 1689 i 1698 Omerique publiqués un *Analysis trigonometrica* que no ens ha arribat, però que cita a l'Apèndix de la seva *Analysis geometrica*, que és l'obra que portaria Omerique a la posteritat.

L'Analysis geometrica

De l'*Analysis geometrica sive nova et vera methodas resolvendi tam problemata geometrica quam arithmeticas quaestiones* (Anàlisi geomètrica, o mètodes nous i vertaders per resoldre problemes tant aritmètics com geomètrics. Cadis, 1698) [15] només ens ha arribat la primera part, *De planis*, enfocada a la resolució de problemes geomètrics plans. La segona part, on s'havien de resoldre els problemes sòlids, *De problematicus solidus*, s'ha perdut.

La distinció de problemes en el títol sembla respondre a la traducció de Commandino amb els problemes de Papos esmentada anteriorment. S'assumiria com a pròpia la classificació grega de problemes geomètrics en *plans*, *sòlids* i *lineals* que s'hi exposava: els plans calia resoldre'ls per intersecció de rectes i circumferències, els sòlids a partir de seccions còniques, i els lineals amb altres corbes conegudes pels grecs, generades dinàmicament. Aquesta restricció metodològica autoimposada s'elevaria encara més a llei moral per haver traduït que es cometria *pecat* (ll. *peccatum*, en realitat "falta" o "error") entre geòmetres si es resolia un problema amb eines més potents de les estrictament necessàries [5, p.37].



Frontispici i portada, *Anàlisi geomètrica* d'Omerique.

Es tracta d'un manual de geometria en format quart, de 440 pàgines i escrit en llatí, amb censura de Jakub Kresa i dos judicis de José de Cañas i Carolus Powell, professors de matemàtiques del col·legi jesuita de Cadis. Està dedicada ja en el títol a Josep Bonet Campodarve, matemàtic saragossà i també jesuïta, comptable de la Casa de la Contractació de Cádiz i autor d'un *Tractat d'aritmètica*. L'obra es divideix en quatre llibres i un apèndix, i cita profusament problemes i demostracions proposades per: Frans van Schooten, Cristophorus Clavius, François Viète, Erasmus Reinhold, André Tacquet, Gregorius de Saint-Vicent, Josep Saragossà, José de Cañas, Miguel Jerónimo Hernando, Rogelio Ventimiglia, Descartes, Apol·loni, Papos d'Alexandria i, lògicament, Euclides.

La introducció d'Omerique a la seva obra és interessant perquè explicita la cerca contemporània d'un mètode analític per resoldre els problemes clàssics de geometria. Defineix *anàlisi* en el sentit grec: cal assumir el que és buscat com si fos concedit, i a partir d'allà, procedir a extreure'n les conseqüències ("assumptio quæsiti tamquam concessi, per ea, quæ deinceps consequuntur ad aliquod concessum procedens" [15, p.1]), i després justifica la necessitat de la seva obra en l'absència d'un mètode de demostració.

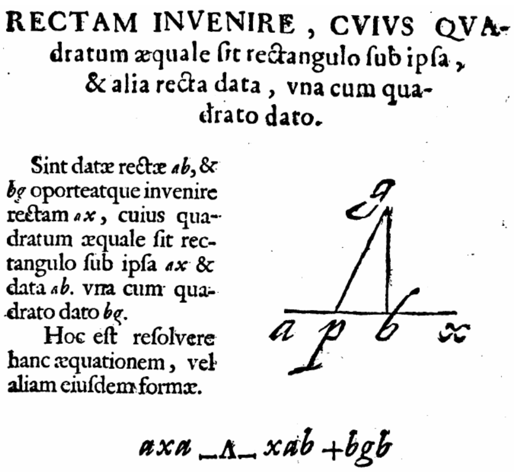
Els dos primers llibres tracten sobre la resolució per proporcions de segments, simples primer, i compostes després. Tot just després de la introducció del primer llibre, Omerique inclou enmig de l'obra un breu tractat aritmètic de Carolus Powell, *Algorithmus rationum*. El tercer llibre tracta sobre la resolució per igualació d'àrees, i el quart sobre l'existència de solucions dels problemes. En l'apèndix, es resolen tres problemes aplicats mitjançant trigonometria i logaritmes.

El llibre segueix una estructura molt uniforme, d'estil euclidià: dins de cada llibre es comença definint operacions i conceptes bàsics, i es construeixen les proposicions acumulativament sobre les anteriors. La formulació estàndard de cada proposició conté l'enunciat general, un diagrama geomètric i la interpretació simbòlica de l'enunciat, l'anàlisi seqüencial de resolució, i la construcció retòrica de la demostració [11, p.33]. En alguns casos, s'hi afegeix un escoli o una interpretació numèrica de l'enunciat.

Cal destacar l'originalitat d'Omerique a l'hora de treballar amb Euclides, ja que designa els segments amb lletres i hi opera de manera simbòlica amb raonaments algebraics, uns procediments que ens resulten habituals avui en dia, però que en aquell moment tot just estaven començant. La notació d'Omerique també és particular, molt sintètica i adaptada a la resolució de problemes geomètrics. En general, per designar quantitats conegudes, utilitza les primeres lletres de l'alfabet (a,b,c), i per a quantitats desconegudes, les últimes (x,y), però designa amb m el punt mig, i amb p,q les construccions auxiliars que realitza. Per parlar d'igualtat de raons, escriu $ax.xc.xc.xb$ per indicar que xc és la mitjana proporcional de ax i xb, és a dir, que $\frac{ax}{xc} = \frac{xc}{xb}$. D'altra banda, quan escriu axb designa (l'àrea de) el rectangle de costats ax i xb, d'on axa indica (l'àrea de) el quadrat sobre el segment ax.

El símbol per a la igualtat que utilitza és "$\_\wedge\_$". Pelseneer no encerta gaire a [17, p.159] en considerar aquest fet "una de les majors originalitats" de l'obra d'Omerique, "sens dubte única", per passar a especular després sobre les similituds entre el símbol d'igualtat de Descartes i el d'Omerique amb els de les constel·lacions dels equinoccis: Àries i Balança. Com vaig mostrar al meu TFM, hi ha una línia de continuïtat per aquest símbol en el desenvolupament algebraic dins la Península, des del *Tratado* de Pérez de Moya (1573), on parla de la figura ⎯∩⎯ per indicar "ser lo uno ygual a lo otro" [18, p.224], que posteriorment utilitza en resoldre un sistema d'equacions Pérez de Mesa en el *Tratado y Libro de arte mayor o algebra* de 1598, i que després encara adaptaria Josep Saragossà com a "⎯Ω⎯" a l'*Arithmetica universal* (València, 1669), ja esmentada, i que és una influència clara en l'obra d'Omerique.

Omerique aconsegueix estructurar lògicament i de manera clara diferents proposicions geomètriques, pròpies i alienes. Les cites que fa demostren un grau de coneixement de la investigació matemàtica europea que desmunta per si sol la hipòtesi tradicional d'una desconnexió científica de les Espanyes al llarg del segle XVII.



RECTAM INVENIRE, CVIVS QVAdratum æquale ſit rectangulo ſub ipſa, & alia recta data, vna cum quadrato dato.

Sint datæ rectæ ab, & bg oporteatque invenire rectam ax, cuius quadratum æquale ſit rectangulo ſub ipſa ax & data ab. vna cum quadrato dato bg.

Hoc eſt reſolvere hanc æquationem, vel aliam eiuſdem formæ.

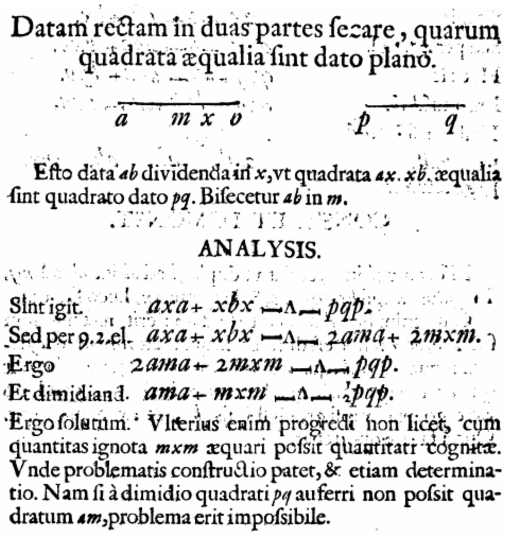
axa —∆— xab + bgb

Equivalència entre la resolució geomètrica i l'algebraica del problema; enunciat de la Propositio IV, Liber I

Una aportació d'especial interès històric en l'obra d'Omerique, dins el context de construcció de la geometria analítica, és que explicita ocasionalment la interpretació algebraica d'un problema geomètric, com fa per exemple a la Propositio IV del llibre I: "Trobar la recta el quadrat de la qual sigui igual al rectangle propi amb una altra recta donada, i a una amb el quadrat donat". Després de fer-ne el diagrama i la interpretació simbòlica (donades les rectes ab, bq, cal trobar ax tal que el seu quadrat sigui igual al rectangle ax · ab més el quadrat del segment donat bg), explicita que resoldre el problema geomètric proposat és resoldre l'equació axa = xab + bgb (vegeu la figura).

Una altra aportació especialment interessant per la seva vessant utilitària i formativa és l'ús d'exemples aritmètics, com fa per exemple a la Propositio II del llibre III, resolta a continuació amb notació actual: "donada una recta fer-ne dues parts, el quadrat de les quals sigui la d'un pla donat".

Amb la interpretació simbòlica de l'enunciat, Omerique introdueix la notació que emprarà: donat el segment $\overline{\mathrm{ab}}$ dividit en x, els quadrats $\overline{\mathrm{ax}}^2$ i $\overline{\mathrm{xb}}^2$ han de ser iguals al quadrat donat $\overline{\mathrm{pq}}^2$; designarem per m la bisecció (punt mig) del segment $\overline{\mathrm{ab}}$. A continuació procedeix a l'*anàlisi* del problema: considerem dividida la recta de manera que $\overline{\mathrm{ax}}^2 + \overline{\mathrm{xb}}^2 = \overline{\mathrm{pq}}^2$, com ens demana l'enunciat. Per la proposició 9 del llibre 2 dels Elements d'Euclides, això implica que $\overline{\mathrm{ax}}^2 + \overline{\mathrm{xb}}^2 = 2\overline{\mathrm{am}}^2 + 2\overline{\mathrm{mx}}^2$. Per tant, $2\overline{\mathrm{am}}^2 + 2\overline{\mathrm{mx}}^2 = \overline{\mathrm{pq}}^2$, i dividint per la meitat, $\overline{\mathrm{am}}^2 + \overline{\mathrm{mx}}^2 = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{pq}}^2$, que és la solució buscada. Afegeix a continuació que això mostra també la compatibilitat del problema, perquè si no es pot treure el quadrat $\overline{\mathrm{am}}^2$ de la meitat del quadrat $\overline{\mathrm{pq}}^2$, el problema és impossible.



Datam rectam in duas partes ſecare, quarum quadrata æqualia ſint dato plano.

Eſto data ab dividenda in x, vt quadrata ax. xb. æqualia ſint quadrato dato pq. Biſecetur ab in m.

ANALYSIS.

Sint igit. axa+ xbx —∆— pqp.
Sed per 9.2.el. axa+ xbx —∆— 2ama+ 2mxm.
Ergo 2ama+ 2mxm —∆— pqp.
Et dimidiand. ama+ mxm —∆— ½pqp.

Ergo ſolutum. Vlterius enim progredi non licet, cum quantitas ignota mxm æquari poſsit quantitati cognitæ. Vnde problematis conſtructio patet, & etiam determinatio. Nam ſi à dimidio quadrati pq auferri non poſsit quadratum am, problema erit impoſsibile.

Propositio II, Liber III.

A continuació, proposa una *Quæstio* numèrica d'aplicació d'aquesta proposició: "Donat el número 16, dividiu-lo en dues parts, els quadrats de les quals siguin iguals al quadrat donat 200". Amb la notació anterior, $\overline{\mathrm{am}}$ és 8, i per tant volem trobar x tal que $2\overline{\mathrm{am}}^2 + 2\overline{\mathrm{mx}}^2 = 200$, és a dir, cal resoldre $128 + 2\overline{\mathrm{mx}}^2 = 200$, per la qual cosa $2\overline{\mathrm{mx}}^2 = 72$, d'on $\overline{\mathrm{mx}}^2 = 36$, i extraient arrels $\overline{\mathrm{mx}} = 6$, pel que $\overline{\mathrm{ax}} = 14$, i $\overline{\mathrm{xb}} = 2$.

És necessari un estudi comparatiu més profund per veure les millores que introdueix a nivell de demostració geomètrica. A [19] s'assegura que "resol amb novetat sorprenent i suma facilitat qüestions que torbaren Papos d'Alexandria, Descartes i Van Schoten, i en el llibre III troba un mètode directe i elegant per construir un triangle, donades la seva base, la seva alçària i la suma o diferència de costats, que el sagaç Gregori de Sant Vicent no va poder resoldre sense recórrer a les seccions còniques, ni Viète, amb regle i compàs, sense apel·lar a un mètode indirecte".

La ressenya i l'elogi de Newton

En una carta amb destinatari desconegut, escrita probablement el 1699, Isaac Newton escriu: "He estudiat l'*Analysis Geometrica* d'Omerique i la considero una obra judiciosa i valuosa que respon al seu títol, perquè assenta el fonament per restaurar l'anàlisi dels antics, que és més simple i enginyós i més adequat per al geòmetra que l'àlgebra dels moderns. Perquè el guia més fàcilment i directament, i la resolució cap on el guia és aleshores habitualment més simple i elegant que la que s'aconsegueix amb l'àlgebra" [17, p.156].

Aquesta carta és publicada per Pelseneer a *Isis* el 1930, però en estudiar fonts encara anteriors, com [12, p.142], observem que ja era sabut entre els historiadors que Newton no només havia llegit, sinó que havia fet un comentari a l'obra d'Omerique. És molt probable que la font original d'aquesta afirmació sigui l'*Históire des Mathematiques* (1758) de Montucla. Aquest fet ha polaritzat diversos historiadors que han estudiat Omerique, des del menysteniment fins a la cita amb què s'iniciava l'article, que segueix la línia historiogràfica de moda des de mitjans del segle XIX que es lamenta exageradament per la suposada decadència científica espanyola del segle XVII, agreujada per la sensació d'inferioritat amb el *Siglo de Oro* de les arts.

Amb les fonts actuals, no podem parlar d'Omerique com el "Descartes espanyol" per a la geometria analítica (Lucio del Valle), ja que ens faria falta per defensar-ho com a mínim la segona part de la seva obra magna, però tampoc podem passar a menystenir la ciència espanyola de l'època, ja que com hem vist Omerique tenia ple coneixement i participava activament en el debat matemàtic europeu de l'època. Sembla més adequat, d'entrada, ubicar Omerique dins el corrent d'algebraització dels clàssics al costat del seu contemporani Jacques d'Ozanam, que es va proposar reinterpretar i ampliar l'*Aritmètica* diofantina amb les espècies vietanes [7, p.17].

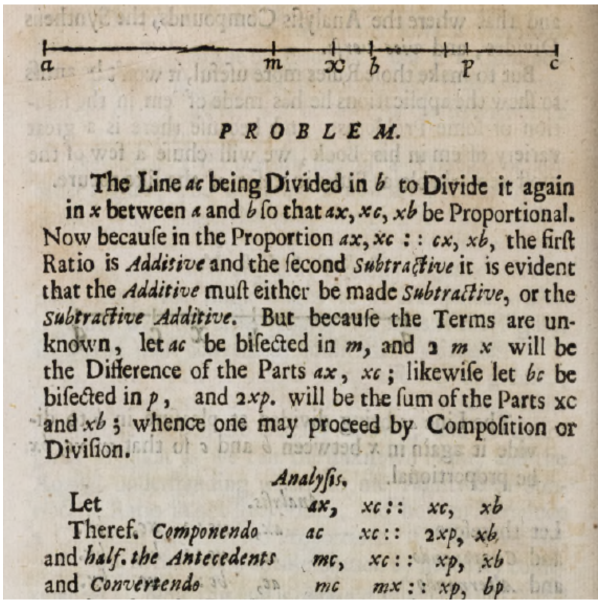
D'altra banda, tampoc podem afirmar que l'obra d'Omerique es perdés, com s'afirma a la cita inicial: segons [3, p.11], el mètode d'Omerique va ser acceptat i seguit com a mínim per Jakub Kresa a l'*Analysis speciosa* (Praga, 1720), per Samuel Horseley a l'*Apollonii Pergaei Inclionatiorum libri duo* (Oxford, 1770), i per Juan Guillermo Carmerer a l'*Apollonii Pergaei De tactionibus* (Gotha, 1795), però calen més estudis sobre la seva influència, especialment en els cursos posteriors d'enginyers.

El primer coneixement de Newton de l'obra d'Omerique devia ser molt probablement la ressenya anònima a les *Philosophical Transactions*, tot just un any després de ser publicada [16]. Es comença presentant Omerique dient d'ell que "l'autor del llibre és de l'opinió que el mètode de deduir demostracions geomètriques a partir dels càlculs algebraics és forçat i no natural, i ha estudiat com trobar una anàlisi purament geomètrica, de la qual una síntesi podria ser fàcilment derivada, segons el mètode dels antics."

Després de parlar de l'estructura del llibre esmenta les definicions i regles generals de composició de raons que segueix Omerique, i després fa una selecció de set proposicions de l'obra, que no cita, però que comparant-les amb l'obra original, són: la Prop. I, III, XX, XXXXII, XXXXVI del llibre I, la Prop. XII del llibre II, i la Prop. II del llibre IV.

El procediment bàsic utilitzat per Omerique en el primer llibre, que correspon a la major part de proposicions presentades a la ressenya, és la composició additiva i subtractiva de raons, amb diverses variacions: si a.b.c.d, aleshores a + b.b.c + d.d. És a dir, en notació actual de fraccions, més enrevessada que l'emprada per Omerique: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ implica $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$. Recordem que aquesta interpretació geomètrica de raons era l'eina bàsica de resolució d'equacions per a Viète.

Analitzem per acabar la Propositio III del llibre I [15, p.113], i comparem-la amb com es mostra en la ressenya de les *Philosophical Transactions*.



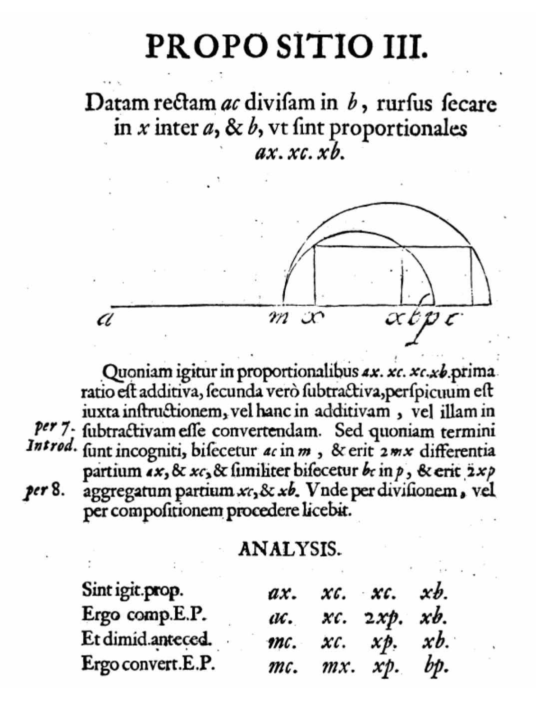
PROBLEM.

The Line *ac* being Divided in *b* to Divide it again in *x* between *a* and *b* ſo that *ax*, *xc*, *xb* be Proportional. Now becauſe in the Proportion *ax*, *xc* : : *cx*, *xb*, the firſt Ratio is *Additive* and the ſecond *Subtractive* it is evident that the *Additive* muſt either be made *Subtractive*, or the *Subtractive Additive*. But becauſe the Terms are unknown, let *ac* be biſected in *m*, and 2 *m x* will be the Difference of the Parts *ax*, *xc*; likewiſe let *bc* be biſected in *p*, and 2*xp*. will be the ſum of the Parts xc and *xb*; whence one may proceed by Compoſition or Diviſion.

Analyſis.

Let	*ax*,	*xc* : :	*xc*,	*xb*
Theref. *Componendo*	*ac*	*xc* : :	2*xp*,	*xb*
and *half. the Antecedents*	*mc*,	*xc* : :	*xp*,	*xb*
and *Convertendo*	*mc*	*mx* : :	*xp*,	*bp*

Propositio III del llibre I, tal i com és explicada a les *Philosophical Transactions*.



PROPOSITIO III.

Datam rectam *ac* diviſam in *b*, rurſus ſecare in *x* inter *a*, & *b*, vt ſint proportionales *ax*. *xc*. *xb*.

Quoniam igitur in proportionalibus *ax*. *xc*. *xc*.*xb*.prima ratio eſt additiva, ſecunda verò ſubtractiva,perſpicuum eſt iuxta inſtructionem, vel hanc in additivam , vel illam in
per 7. Introd. ſubtractivam eſſe convertendam. Sed quoniam termini ſunt incogniti, biſecetur *ac* in *m* , & erit 2*mx* differentia partium *ax*, & *xc*,& ſimiliter biſecetur *bc* in *p*, & erit 2*xp*
per 8. aggregatum partium *xc*,& *xb*. Vnde per diviſionem, vel per compoſitionem procedere licebit.

ANALYSIS.

Sint igit.prop.	*ax*.	*xc*.	*xc*.	*xb*.
Ergo comp.E.P.	*ac*.	*xc*.	2*xp*.	*xb*.
Et dimid.anteced.	*mc*.	*xc*.	*xp*.	*xb*.
Ergo convert.E.P.	*mc*.	*mx*.	*xp*.	*bp*.

Propositio III del llibre I, en l'obra original d'Omerique.

Observem d'entrada que hi ha diferències entre el diagrama geomètric de la ressenya, molt simplificat, i l'original d'Omerique, més detallat i on utilitza semicircumferències per indicar punts mitjos de segments. També hi ha una adaptació de la notació concisa d'Omerique a la que era habitual per al públic anglès: en comptes de l'original "ax.xc.xc.xb" s'escriu "ax, xc :: xc, xb".

La proposició demana "donada una recta $\overline{\mathrm{ac}}$ dividida en b, trobar x entre a i b tal que siguin proporcionals ax. xc. xb" (és a dir, trobar $a < x < b$ tal que $\frac{ax}{xc} = \frac{xc}{xb}$). Es defineix m com a meitat del segment $\overline{\mathrm{ac}}$, de manera que $\overline{\mathrm{mx}} = \overline{\mathrm{ax}} - \overline{\mathrm{xc}}$, i p com a meitat del segment $\overline{\mathrm{bc}}$, de manera que $2\overline{\mathrm{xp}} = \overline{\mathrm{xc}} + \overline{\mathrm{xb}}$.

L'anàlisi és força directa si tenim en compte les indicacions anteriors. En notació actual, si $\frac{ax}{xc} = \frac{xc}{xb}$, aleshores per addició de raons cal que $\frac{ax}{xc} = \frac{ax+xc}{xc} = \frac{xc+xb}{xb}$, d'on $\frac{ac}{xc} = \frac{2xp}{xb}$. Però aleshores, dividint per la meitat, cal que $\frac{mc}{xc} = \frac{xp}{xb}$, i aleshores per subtracció de raons, $\frac{mc}{mc-xc} = \frac{xp}{xp-xb}$, d'on $\frac{mc}{mx} = \frac{xp}{bp}$, que ja ha resolt el problema, perquè és com cal construir els segments. A continuació es discuteix la unicitat de solucions segons si és major $\overline{\mathrm{mx}}$ o $\overline{\mathrm{xp}}$.

En la resta de proposicions ressenyades, és de destacar l'ús dubitatiu del signe "=" d'origen anglès per transcriure l'"_∧_" d'Omerique. Això és evident en l'explicació anglesa de la Prop. XXXXII, on en l'explicació simbòlica en una línia escriu "xy be equal to m", i en la següent, parla de "dxz be = dby" [16, p.358].

La selecció de proposicions és dubtosa pel que fa als continguts, i no sembla respondre a la importància que dona Omerique als resultats: ho podem observar en el fet que les proposicions són totes autocontingudes, i cap d'elles té Corol·lari, o Quæstio aritmètica que enllaci amb eines que s'utilitzaran més endavant. Tanmateix, la ressenya és rellevant perquè evidencia que l'obra va traspassar les fronteres espanyoles.

Referències

[1] Marta Armengol Mascarell. *L'algebrització de les matemàtiques: procediments algebraics per resoldre problemes geomètrics* (TFG). UPC, 2018.

[2] J. Ramón Barroso Rosendo. *Antonio Hugo de Omerique. El legado de un matemático del Cádiz de finales del siglo XVII.* Archivo histórico provincial de Cádiz - El documento destacado. Junta de Andalucía, 2016.

[3] José Ramón Barroso Rosendo i Santiago Saborido Piñero. *Antonio Hugo de Omerique - estudio crítico*. Fundación Ignacio Larramendi, 2018.

[4] Joaquim Berenguer Clarià. "Wendlingen: a scientist in the eighteenth century spanish court." Dins de: *The algebrization of mathematics during the 17th and 18th centuries*, Davide Crippa, Maria Rosa Massa-Esteve (eds.). Dialogues and Games of Logic (8), 2023.

[5] Henk J. M. Bos. *Redefining Geometrical Exactness: Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*. Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences. Springer, 2012 (edició original 2001).

[6] Albert Dou. "Las matemáticas en la España de los Austrias". Dins de: L.Español González (coord.), *Estudios sobre Julio Rey Pastor (1888-1962)*. Instituto de Estudios Riojanos, 1990.

[7] F. Gómez [et al.]. "The six books of Diophantus' Arithmetic increased and reduced to specious: the lost manuscript of Jacques Ozanam (1640–1718)". Archive for history of exact sciences, 1 Gener 2021, vol. 75, p. 557-611.

[8] Maria Rosa Massa-Esteve. "The role of symbolic language in the transformation of mathematics". Philosophica 87 (2012) pp. 153-193.

[9] Maria Rosa Massa-Esteve. "Viète i la nova àlgebra". SCM/Notícies, núm. 48 (2021), pp.71-76.

[10] Maria Rosa Massa-Esteve. "Niccolò Tartaglia matemàtic i enginyer del Renaixement". SCM/Notícies, núm. 50 (2022), pp.80-86.

[11] Vicente Meavilla i Antonio M. Oller-Marcén. "Ejemplos de análisis-síntesis en un contexto geométrico. El 'Analysis Geometrica' de Antonio Hugo de Omerique". Matemáticas, Educación y Sociedad, 2(1) (2019), pp.29-39.

[12] Martín Fernández de Navarrete. *Biblioteca marítima española, 1*. Imprenta de la Viuda de Calero, 1851.

[13] Víctor Navarro Brotons. "La renovación de la actividad científica en la España del siglo XVII y las disciplinas físico-matemáticas". Dins de: *El siglo de las Luces. De la ingeniería a la nueva navegación*, Manuel Silva Suárez, ed., 2005.

[14] Juan Navarro-Loidi, José Llombart. "The introduction of logarithms into Spain". Historia Mathematica 35 (2008), p. 83-101.

[15] Antonio Hugo de Omerique. *Analysis geometrica sive Nova, et vera methodas resolvendi tam problemata geometrica quam arithmeticas quaestiones*. Cádiz, 1698.

[16] Antonio D. Hugone *Analysis geometrica, five nova & vera methodus resolvendi, tam problemata geometrica, quam arithmeticas quæstiones. Pars prima, de planis.* Phil. Trans. R. Soc. 21: 351-362.

[17] Jean Pelseneer. "Une opinion inédite de Newton sur 'l'Analyse des Anciens' à propos de l'Analysis geometrica de Hugo de Omerique". Isis, vol.14, 1 (1930).

[18] Fàtima Romero Vallhonesta. *L'àlgebra a la Península Ibèrica del segle XVI* (tesi doctoral). CEHIC - UAB, 2018. `http://hdl.handle.net/10803/650339`

[19] José A. Sánchez Pérez. "La matemática", dins de *Estudios sobre la ciencia española del siglo XVII*. Asociación de Historiadores de la Ciencia Española. Madrid, 1935.

[20] Pierre Vilar. *La historia de España*. Ed. Grijalbo, 1978.

Bits de matemàtiques

Programant amb Julia

Laura Brustenga i Moncusí
Odí Soler i Gibert

En aquest número del *SCM/Notícies* us volem presentar *Julia*. Quan parlem de *Julia*, ens referim a un llenguatge de programació i no pas a una persona amb aquest nom. Aquest llenguatge permet treballar amb un intèrpret d'ordres per fer proves senzilles i, a la vegada, escriure programes computacionalment eficients. Aquí no entrarem a valorar si *Julia* és millor o pitjor que alternatives amb capacitats similars com ara Python, C o R. Només explicarem algunes